



TITLE:

乱流混合層の渦糸近似法による計算(ナビエ・ストークスの方程式の解)

AUTHOR(S):

井上, 督; 小口, 伯郎

CITATION:

井上, 督 ...[et al]. 乱流混合層の渦糸近似法による計算(ナビエ・ストークスの方程式の解). 数理解析研究所講究録 1984, 510: 191-200

ISSUE DATE:

1984-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/98305>

RIGHT:

乱流混合層の渦糸近似法による計算

宇宙研 井上 督 (Osamu Inoue)

宇宙研 小口 伯郎 (Hakuro Oguchi)

1. 序論

Townsend¹⁾によれば、混合層流れが自己保存型 (self-preserving) の状態に達した段階では、流れの初期の状態の影響は殆んど残っていない、とされている。しかしながら最近の研究²⁾⁻⁵⁾はこの仮説に疑問を呈している。Oster と Wygnanski⁴⁾は splitter plate の直下流に flap を置き、これを小さな振幅で振動させることにより、初期強制擾乱の混合層流れへの影響を実験的に調べた。その結果によると、流れは三つの領域に分けられる。flap の直下流の領域 I では、強制擾乱のない場合と同様渦の融合 (vortex pairing process) が行なわれるが、混合層の成長率は強制擾乱の無い場合より大きい。領域 I に続く領域 II では混合層の成長率は領域 I より小さくなり、成長が止まる場合もある。この領域 II の特長は、渦の融合が行なわれないこと、乱れ速度 u' が二つの極値 (double peak) を持つこと、負のレイノルズ応力が表われること、である。さらに下流の領域 III では再度渦の融合が行なわれ、成長率は領域 I とほぼ同じ大きめで、強制擾乱の

無い場合より大きい。OsterとWygnanskiは、混合層流れは初期擾乱の影響を受け、従って普遍的な自己保存型の流れ (universal self-preserving flow) は存在しない、と結論している。

ここでは、OsterとWygnanskiの実験を念頭において、初期強制擾乱の混合層への影響を渦糸近似法を用いて数値的に解析する。

2. 基礎式と計算方法

強 Γ , Γ , および等符号の等しい離散渦 (discrete vortex) が一定間隔 l で x 軸上に無限に並んでおり、この渦列が一定速度 U_c で x 軸に沿って移動する場合、次の関係式が与えられる。

$$\Gamma = \Delta U \cdot l \quad (1)$$

$$\Delta U = U_1 - U_2 \quad (2)$$

$$U_c = (U_1 + U_2)/2 \quad (3)$$

ここで U_1 および U_2 は各々 x 軸から充分離れた位置での流れの速度を示す。ただし $U_1 > U_2$ と仮定する。今ある時刻 $t=0$ に $x>0$ の領域にある渦が突然取り除かれたと仮定する。 $t>0$ で $x<0$ にある各離散渦は依然 x 軸上を一定速度 U_c で移動するが、 $x=0$ に到達後は U_c および各渦の

誘起する速度場の影響のもとに移動するものと考える。(図1)。我々の興味の対象は $\alpha > 0$ での渦の振る舞いである。流れを支配する複素速度ポテンシャル f は次式で与えられる。

$$f = U_c z + \sum_{n=1}^N i \cdot (2\pi)^{-1} \cdot \Gamma \cdot \log(z - z_n) \quad (4)$$

ここで $z = x + iy$, N は流れ場にある渦の個数を示す。従って, ある時刻の渦の分布がわかると, (4)より f が求まり, 任意の点 (x, y) の速度 u, v は,

$$u - iv = \partial f / \partial z \quad (5)$$

で与えられる。各渦の位置の変化は

$$dx_n/dt = u_n, \quad dy_n/dt = v_n, \quad (n=1, \dots, N) \quad (6)$$

より求められる。強制擾乱は, $\alpha = 0$ に到達した渦にこの位置でのみ

$$v_y = a \cdot \sin(2\pi f t) \quad (7)$$

の y 方向速度を加えることにより, 与えた(図1)。式(6)

の時間積分には

一次精度のオイラー法を採用した。この方法の長所として, 1) 計算に要する時間が他の高精度

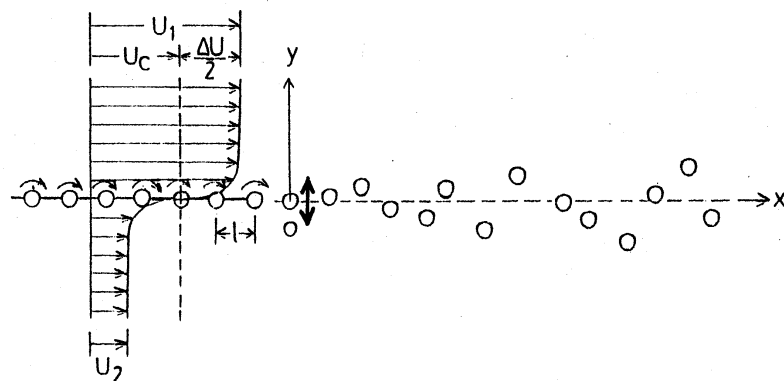


図1. 流れの模型

のスキームに比して短かくてすむこと、2)この方法が渦の粘性による拡散効果を必然的に取り込む^{6,7)}こと、が挙げられる。

使用したパラメータの値は、

$$U_1 = 4.0, \quad U_2 = 2.4, \quad \delta t = 0.1,$$

$$\alpha = 0.05 U_c, \quad f = 0.5, 1.0$$

である。 $x < 0$ における各渦間の距離 l は $l = U_c \cdot \delta t$, 即ち各時間刻み δt ごとに1個の渦が $x=0$ から放出される様に設定した。 また, $x > 0$ において渦と渦の間隔が非常に小さくなった時に誘起される異常に大きな速度を避ける為に半径 $0.6l$ の渦核を使用した。 計算に用いた渦の数約2600, 流れを可視化する為に導入された marker 粒子数約3000, 計算時間は FACOM M-200 で約7時間である。

3. 結果と検討.

強制擾乱を与えない場合と与えた場合の渦の流脈の時間的变化を, 各々図2と図3に示す。 図3において, 与えた擾乱の振幅は平均速度の5%, $\alpha = 0.05 U_c$, であり, 周波数は $f = 0.5$ である。 強制擾乱を与えない場合, $x=0$ で放出された渦は $x=0$ の下流で渦同志の干渉により渦の塊りを作る。 一度渦の塊りが出来ると, 個々の渦同志の干渉は

TIME= 140.00

TIME= 144.00

TIME= 148.00

TIME= 152.00

TIME= 156.00

図2. 渦の流脈 (強制擾乱なし, $0 < x < 250$)

TIME= 140.00

TIME= 144.00

TIME= 148.00

TIME= 152.00

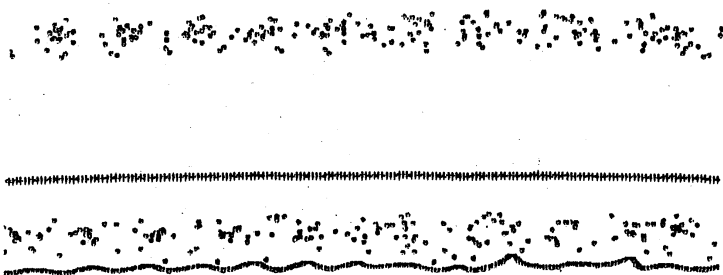
TIME= 156.00

図3. 渦の流脈 (強制擾乱あり, $0 < x < 250$)

二次的となり，渦の塊り同志の干渉が重要となる。即ち，渦の塊りと渦の塊りが干渉し，互いが互いつわりを回転しながら融合して，より大きな渦の塊りになる (vortex pairing process)。渦の融合により大きくなった渦はさらに他の渦の塊りと融合してより大きな渦の塊りとなり，以下この過程を繰り返す。(強制擾乱の無い場合の流れの詳細については文献 8) を参照されたい)。これに対して強制擾乱を与えた場合の流れは大きく異なる。 $\alpha=0$ の直下流 (領域 I) では流れは強制擾乱の周波数 f に等しい周波数できれいな渦の塊りを作る。この渦の塊りは下流に進むにつれて次第に形をくずしてくる (領域 II) が，さらに下流に進むと再度渦の塊りを作る (領域 III)。注目すべきことは，領域 I では渦の塊り同志の干渉による渦の融合が見られないのに対し，領域 III では強制擾乱を与えない場合と同様渦の融合が見られることである。図 4 に，領域 II における渦の流脈 (上) と流れを可視化する為に導入された marker 粒子の流脈 (下) を示す。marker 粒子は $\alpha=0$ において，高速側 ($y=5.0$) 低速側 ($y=-5.0$) の非乱流領域 (混合層外)，および混合層中央 ($y=0.0$) の三ヶ所から導入された。図 4 から，領域 I で形成された渦の塊りは領域 II ではくずれて塊りを形成していないこと，エントレインメントがほとんど生じていないこと，がわかる。こ

のことは、エントレインメントあるいは混合層の成長によって、塊りとしての渦の果す役割が大きいことを示している様に思われる。

TIME= 156.00



REGION II

図4. 渦および流体粒子の流線.

図5-7に,

 $(60 \leq x \leq 130, \alpha = 0.05 U_c, f = 0.5)$ $\alpha = 0.05 U_c, f = 0.5$

の場合の統計量の分布も、領域Iと領域IIについて示す。統計量は $120 \leq t \leq 220$ の時間平均をとることによって求めた。図中の $\tilde{\gamma}$ は相似パラメータで $\tilde{\gamma} = (\gamma - \gamma_0) / \theta$ を示す⁴⁾。ただし $\gamma_0(x)$ は $U = U_c$ となる y の位置を示し、 $\theta(x)$ は混合層の代表的な厚さ、即ち、

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U - U_2}{U_1 - U_2} \left[1 - \frac{U - U_2}{U_1 - U_2} \right] dy$$

を示す。図5の平均速度分布において注目すべきことは、領域Iではきれいな相似が成立するが領域IIでは混合層の厚みがほとんど変わらないことである。(領域IIの縦座標に注目!).

このことは、前に述べた様にこの領域でエントレインメントが生じないことと~~一致~~符号し、OsterとWignanski⁴⁾の実験結果とも一致する。他方、図6の乱れ速度分布はOster & Wignanski

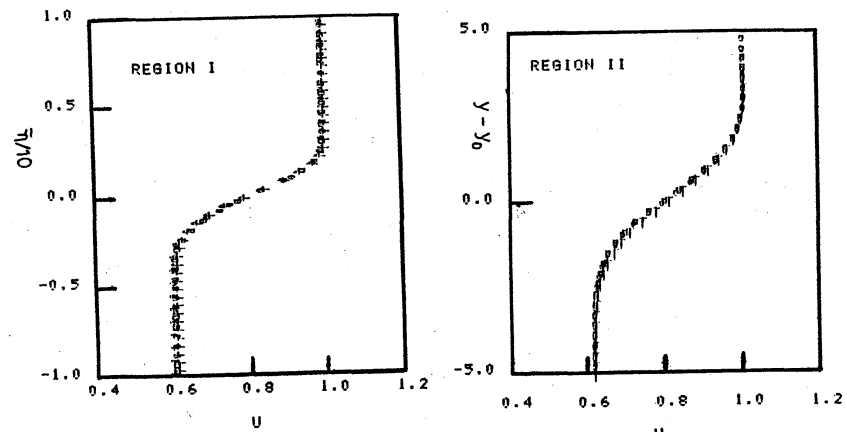


図5. 平均速度分布. (領域I; \circ : $x=25$, \square : $x=35$, $+$: $x=45$)
(領域II; \circ : $x=75$, \square : $x=85$, $+$: $x=95$)

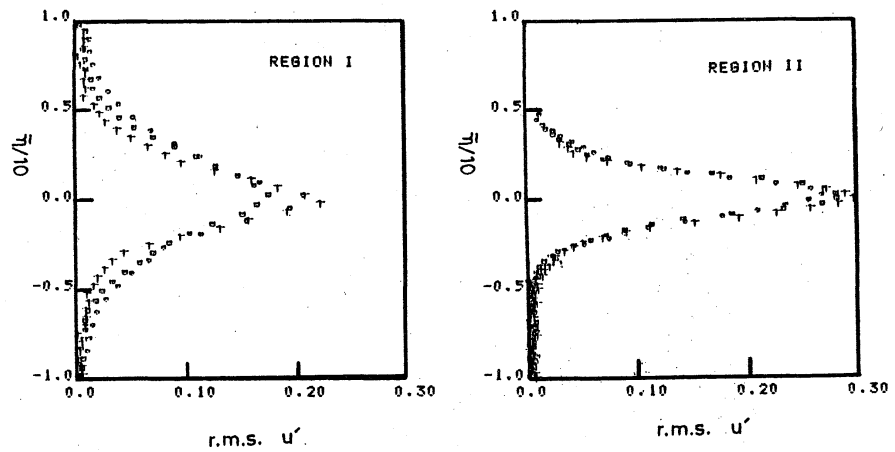


図6. 乱れ速度 u' 分布.

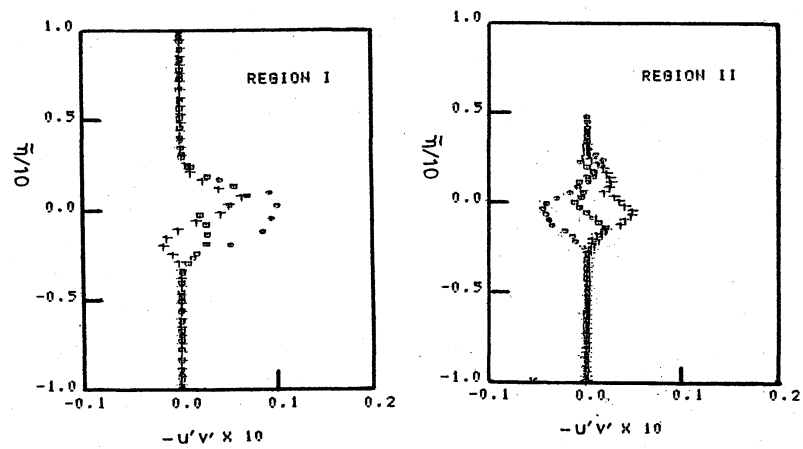


図7. レイノルズ応力分布.

の結果と異なり、領域Ⅱで二つの極値を示さないのみならず、極値はむしろ領域Ⅱで大きい値を示す。図7のレイノルズ応力分布は、流れが領域Ⅰから領域Ⅱに進むにつれてレイノルズ応力が減少し、領域Ⅱの中心付近($x \approx 75$)ではy方向の負の値を示す所が負となり、流れの逆拡散(Contra-diffusion)が生じること示す。流れがさらに下流に進むにつれて、レイノルズ応力は再び増大し、領域Ⅱでは強制擾乱のない場合と同様の傾向を示す。レイノルズ応力分布はOster & Wygnanskiの結果と一致する。

4. 結論

二次元乱流混合層に強制擾乱を与えた場合の流れを、渦糸近似法でsimulateした結果、Oster & Wygnanskiの実験結果と多くの点で一致を見ることが出来た。相異点としては、1)実験において領域Ⅰで見られる渦の融合が計算結果では見られないこと、2)領域Ⅱで計算結果が乱れ速度 u' の二つの極値を示さないこと、が挙げられる。1)については、実験におけるsplitter plate上の境界層の影響が原因の一つと考えられる。

渦糸近似法の使用に関して，種々の御意見・御忠告をいただいた宇留所・桑原邦郎氏，ならびに逆拡散問題に関する御意見をいただき，かつ資料を御送りいただいた東京農工大・高木隆司氏に心からの謝意を表します。

参考文献：

- 1) Townsend, A. A. : The Structure of Turbulent Shear Flows, 2nd. edn.
Cambridge University Press. 1976.
- 2) Batt, R. G. : AIAA J., 1975, Vol. 13, P.245.
- 3) Champagne, F. H., et al. : JFM, 1976, Vol.74, p.209.
- 4) Oster, D. & Wygnanski, I.: JFM, 1982, Vol.123, p.91.
- 5) 井上 督・小口伯郎・佐藤俊逸：第14回流体力学講演会講演集，1982.
- 6) Kuwahara, K. : Private Communication. 1983.
- 7) Nakamura, Y., et al. : AIAA Paper 82-0948, 1982.
- 8) 井上 督・小口伯郎：第15回乱流シンポジウム講演集，1983.